Государственное бюджетное профессиональное общеобразовательное учреждение Московской области

«Колледж «Подмосковье»

(ГБПОУ МО «Колледж «Подмосковье»)

Структурное подразделение №1

**Методическая разработка занятия по информатике**

«**Упрощение логических выражений»**

Преподаватель информатики

Тихонова Юлия Владимировна

2021-2022 уч.год

«Упрощение логических выражений», для обучающихся 1 курса.

**Разработка:** Тихонова Юлия Владимировна, преподаватель информатики.

**Цель урока**: научить учащихся упрощать логические выражения с помощью законов алгебры логики.

**Задачи:**

**1. Образовательные**:

* умение четко разделять изучаемый объект на составные части;
* умение правильно определять порядок выполнения операций в логическом выражении;
* умение устанавливать смысловые связи между различными частями сложных логических выражений;
* умение выбирать лучший вариант решения.

**2. Развивающие**:

* развитие логического мышления, наблюдательности и сообразительности.

**3. Воспитательные**:

* привитие интереса к предмету, к приобретению новых знаний, умений и навыков.

**Тип урока:** Урок открытия новых знаний

**План проведения занятия**

1. Вводная часть (представление преподавателя, объявление темы урока, цели и задач урока – Слайды 1-2).
2. Повторение изученного ранее материала (что такое алгебра логики, высказывания, логические переменные, базовые логические операции, законы алгебры логики – Слайды 3-5)
3. Изложение материала по упрощению логических выражений с помощью законов алгебры логики с демонстрацией примера с помощью визуальных средств (Слайды 6-12).
4. Примеры для самостоятельного разбора. (Слайд 13)
5. Контроль работы учащихся по упрощению логических выражений, консультация по возникающим вопросам.
6. Подведение итогов работы учащихся.
7. Домашнее задание по теме "Упрощение логических выражений".

**1. Вводная часть урока**

Слайд №1-2

В начале урока объявление темы урока, цели и задачи. Затем преподаватель предлагает вспомнить, что такое логика и где уже встречались с элементами логики, задавая соответствующие вопросы.

Слайд №3-4

Вопросы и примерные ответы учащихся:

1. Что такое алгебра логики?

Ответ учащихся:

*Алгебра логики — это раздел математической логики, изучающий логические операции над высказываниями и правила преобразования сложных высказываний.*

3. Что такое логическое высказывание?

Ответ учащихся:

*Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно (1) оно или ложно (0).*

4. Вопрос учителя: Что такое логическая формула?

Ответ учащихся:

*Логическая формула — это логические переменные (высказывания, обозначенные буквами), соединенные знаками логических операций.*

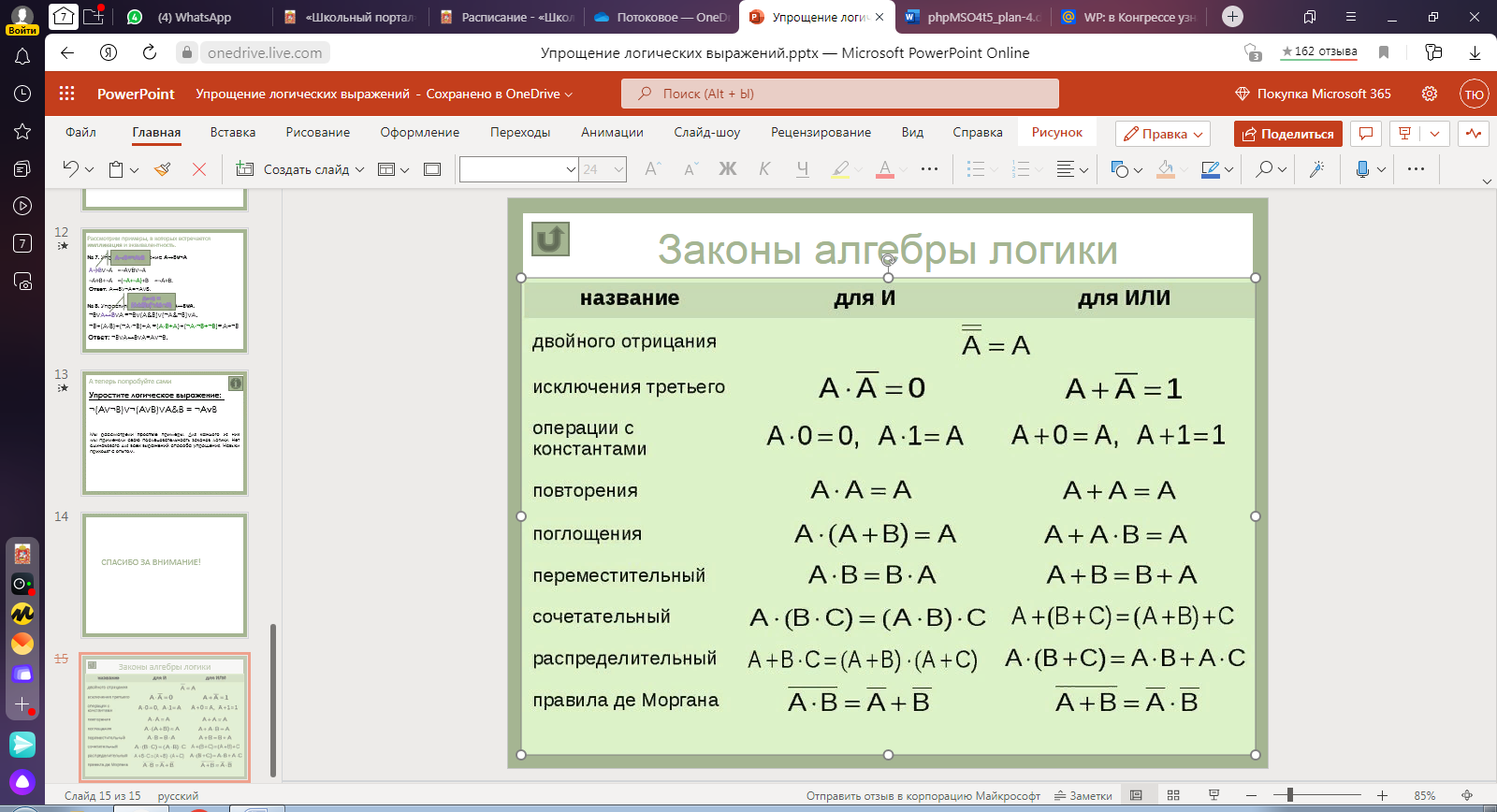
5. Вопрос учителя: Какие логические операции вы знаете?

Ответ ученика:

*Логические операции: отрицание (инверсия), конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.*

Слайд №5

6. Давайте вспомним законы Алгебры логики.



**2. Изложение материала по упрощению логических выражений с помощью законов алгебры логики.**

Слайд №6

**Упрощение логических выражений**

Под упрощением формулы, не содержащей операций импликации и эквивалентности, понимают равносильное преобразование, приводящее к формуле, которая либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит меньшее число вхождений переменных.​

Слайд №7

Алгоритм упрощения логических выражений.

Изучите алгоритм.

1. Заменить все «небазовые» операции (эквивалентность, импликацию, исключающее ИЛИ и др.) на их выражения через базовые операции инверсию, конъюнкцию и дизъюнкцию.

2. Раскрыть инверсии сложных выражений по правилам де Моргана таким образом, чтобы операции отрицания остались только у отдельных переменных.

3. Упростить выражение, т. е. как в алгебре раскрывать скобки, выносить общий множитель за скобки и т. д.

Слайд №8

Рассмотрим на простых примерах некоторые приемы и способы, применяемые при упрощении логических формул, знакомые нам из алгебры.

№ 1. Упростим выражение: *¬A&B∨¬A&¬B*

Перепишем выражение с помощью более привычных операций умножения и сложения:   
¬A⋅B+¬A⋅¬B

Вынесем за скобки общий множитель (так же как в алгебре): ¬A⋅B+¬A⋅¬B=¬A⋅(B+¬B).

Применим правило «Операция переменной с её инверсией» (алгебра логики):

¬A⋅(**B+¬B**)=¬A⋅1

Применим правило «Операция с константами для "И"» (алгебра логики): ¬A⋅1=¬A

Ответ: ¬A&B∨¬A&¬B=¬A

№ 2. Упростим выражение: *¬A&(A&¬B)&¬B*

Перепишем выражение с помощью более привычных операций умножения и сложения:

¬A⋅(A⋅¬B)⋅¬B

Применим сочетательный закон (так же как в алгебре): ¬A⋅(A⋅¬B)⋅¬B=¬A⋅A⋅¬B⋅¬B

Применим правило «Операция переменной с её инверсией для "И"» (алгебра логики):

=**¬A⋅A**⋅¬B⋅¬B=0⋅¬B⋅¬B

Можно сразу записать в ответе 0, а можно расписать решение подробно:

применим «Закон повторения» (алгебра логики):

0⋅**¬B⋅¬B**=0⋅¬B

применим правило «Операция с константами для "И"» (алгебра логики): 0⋅¬B=0,.

Ответ: ¬A&(A&¬B)&¬B=0.¬A&(A&¬B)&¬B=0.

Слайд №9

Рассмотрим некоторые полезные приемы, которые иногда используются при упрощении логических формул.

№ 3 Упростим выражение *A&B&C∨A&¬B&C∨A&B&¬C*.

Перепишем выражение с помощью более привычных операций умножения и сложения:

A⋅B⋅C+A⋅¬B⋅C+A⋅B⋅¬C.

Применим правило идемпотентности, повторим слагаемое (A⋅B⋅C):

**A⋅B⋅C**+A⋅B⋅C+A⋅¬B⋅C+A⋅B⋅¬C.

Теперь сгруппируем слагаемые, скобки ставим для наглядности: (A⋅B⋅C+A⋅¬B⋅C)+(A⋅B⋅C+A⋅B⋅¬C).

Вынесем за скобки общий множитель:

A⋅C⋅(B+¬B)+A⋅B⋅(C+¬C).

Применим правило «Операция переменной с её инверсией для "ИЛИ"» (алгебра логики):

A⋅C⋅(**B+¬B**)+A⋅B⋅(**C+¬C**).

Получаем простое выражение A⋅C⋅1+A⋅B⋅1=A⋅C +A⋅B

Вынесем общий множитель А за скобки:

A⋅C +A⋅B =A⋅(B+C).

Ответ: A&B&C∨A&¬B&C∨A&B&¬C=A&(B∨C).

Слайд №10

*№ 4. Упростим выражение: (¬A∨(B∨C))&((¬A∨B)∨¬C)*

Перепишем выражение с помощью более привычных операций умножения и сложения и избавимся от ненужных скобок:

(¬A+B+C)⋅(¬A+B+C)

Заменим ¬A+B на X, чтобы легче было перемножать скобки:

(X+C)⋅(X+¬C)=X⋅X+X⋅C+X⋅¬C+C⋅¬C.(X+C)⋅(X+¬C)=X⋅X+X⋅C+X⋅¬C+C⋅¬C.

Применим правило идемпотентности:

**X⋅X**+X⋅C+X⋅¬C+C⋅¬C=X+X⋅C+X⋅¬C+C⋅¬C

Применим правило «Операция переменной с её инверсией для "И"» (алгебра логики):

X+X⋅C+X⋅¬C+**C⋅¬C**=X+X⋅C+X⋅¬C+0.

Вынесем за скобки общий множитель:

X+X⋅C+X⋅¬C=X⋅(1+C)+X⋅¬C

Применим «Операцию с константами для "ИЛИ"» (алгебра логики): X⋅(**1+C**)+X⋅¬C=X⋅¬C=X+X⋅¬C

Получаем простое выражение. Мы уже научились такие выражения упрощать.

Последовательно вынесем общий множитель и применим Операцию с константами для «ИЛИ»:

X+X⋅¬C=X⋅(**1+¬C**)=X

Теперь вспомним, что X=¬A+B

Ответ: (¬A∨(B∨C))&((¬A∨B)∨¬C)=¬A∨B

Слайд №11

Рассмотрим примеры применения закона де Моргана, при упрощении логических формул.

№ 5. Упростим выражение: *¬(A∨B)&A.*

Перепишем выражение с помощью более привычных операций умножения и сложения:   
¬(A+B)⋅A

Сначала раскрываем инверсию сложных выражений, применив закон де Моргана: ¬(A+B)⋅A=(¬A⋅¬B)⋅A

Применим сочетательный закон (¬A⋅¬B)⋅A=¬A⋅A⋅¬B

Применим правило «Операция переменной с её инверсией для "И"»: =**¬A⋅A**⋅¬B=0⋅¬B

Применим правило «Операция с константами для «И»»:

0⋅¬B=0

Ответ: ¬(A∨B)&A=0

№ 6. Упростим выражение: *¬A∨¬(A&B&¬B)*

Перепишем выражение с помощью более привычных операций умножения и сложения: ¬A+¬(A⋅B⋅¬B)

В этом примере не стоит сразу избавляться от инверсии сложных выражений, т. е. закон де Моргана сначала не применяем.

Внимательно посмотрим на наше выражение ¬A+¬(A⋅B⋅¬B)

В этом примере сначала имеет смысл применить правило «Операция переменной с её инверсией для "И"»:

¬A+¬(A⋅**B⋅¬B**)=¬A+¬(A⋅0)

И снова не торопимся применять закон де Моргана. Применим правило «Операция с константами для "И"»:

¬A+¬(**A⋅0**)=¬A+¬0

Дальше все просто: ¬A+¬0=¬A+1

Применим правило «Операция с константами для "ИЛИ"»:

¬A+1=1

Ответ: ¬A∨¬(A&B&¬B)=1

Слайд №12

Рассмотрим примеры, в которых встречается импликация и эквиваленция.

№ 7. Упростить выражение *A→B∨¬A*

Заменим импликацию на выражение с базовыми операциями по формуле A→B=¬A∨B:

A→B∨¬A=¬A∨B∨¬A.

Перепишем выражение в удобной нам форме, с помощью более привычных операций умножения и сложения:

¬A+B+¬A

Применим закон повторения:

¬A+B+¬A=¬A+¬A+B=¬A+B

Ответ: A→B∨¬A=¬A∨B.

№ 8. Упростить выражение *¬B∨A↔B∨A.*

Заменим эквиваленцию на выражение с базовыми операциями:

¬B∨A↔B∨A=¬B∨(A&B)∨(¬A&¬B)∨A

Перепишем выражение в удобной нам форме, с помощью более привычных операций умножения и сложения:

¬B+(A⋅B)+(¬A⋅¬B)+A

Применим сочетательный закон: ¬B+(A⋅B)+(¬A⋅¬B)+A=(A⋅B+A)+(¬A⋅¬B+¬B)

Вынесем за скобку общий множитель: (A⋅B+A)+(¬A⋅¬B+¬B)=A⋅(B+1)+¬B⋅(¬A+1)

Применим правило «Операция с константами для "ИЛИ"»: A⋅(**B+1**)+¬B⋅(**¬A+1**)=A⋅1+¬B⋅1=A+¬B

Ответ: ¬B∨A↔B∨A=A∨¬B.

Слайд №13

А теперь попробуйте сами:

**Упростите логическое выражение: ¬(A∨¬B)∨¬(A∨B)∨A&B**

Проверим ответ.

Ответ: = ¬АvВ

Итак, мы рассмотрели простые примеры. Для каждого из них мы применяли свою последовательность законов логики. Нет одинакового для всех выражений способа упрощения. Навыки приходят с опытом.

**Итог занятия. Рефлексия. Выставление отметок. Выдача Домашнего задания.**